

UBASIC を試みる

1 素因数分解

整数の素因数を求めるには通常小さい数から順に割って割り切れるかどうかを調べる。”ubasic”¹には、prmdiv() という組み込み関数が準備されているのでこれを使うと非常に有用である。これは $2^{34} - 1 = 17179869183$ 以下の数について、最小素因数を返し、最小素因数が見つからなかった場合は 0 を返す。たとえば、右の ubasic program により

$N = 111111 = 3 * 7 * 11 * 13 * 37 * 37$

$N = 77777777 = 7 * 11 * 73 * 101 * 137 * 137$

$N = 102456543 = 3 * 7 * 199 * 24517 * 24517$

等と得られるが、

$N = 98765432123456789 = 449 * 219967554840661(?)$

では、prmdiv() が 0 を返す場合である。

219967554840661 が素因子であるか否かは疑わしい。なお、20 行の print=print+"soinsuu.dat" は”print”を実行すると画面に表示するとともにファイル”soinsuu.dat”にも出力されるようにする命令である。

```
10 input "N=";A
20 print=print+"soinsuu.dat"
30 print "N=";A;"=";
40 B=prmdiv(A):if B=0 then 70
45 print "*";B;
50 A=A//B:if A=1 then print "*";B:goto 10
60 goto 40
70 print "*";A;"(?)":goto 10
```

木田祐司氏による”RHO.UB”²というプログラムを実行すると、

$98765432123456789 = 449 * 494927 * 444444443$

が得られ、219967554840661 は 494927 と 444444443 の素因子に分けられる。

2 逆行列

2 整数の間の四則演算のうち、割り算に関しては閉じていない。たとえば、7 を 3 で割る場合に我々は $a = \frac{7}{3}$ のように分数で表記するが、通常、計算を進めて、 $a' = 2.333333$ を得る。その後、もし、6 を乗ずる必要に迫られたとき、 $6a' = 13.999998$ を得る。ところが分数表記のままだと $\frac{7}{3} \times 6 = 14$ のように正確な値が得られる。逆行列を求める計算において桁落ちを起こすのも同じような事情による。中学生の時よくやったように途中の計算は通分や約分をし、分数のままにしておき、最後に小数表示にすれば桁落ちを起こすことはない。Mathematica や ubasic は分数計算が得意である。逆行列を掃出し法³で求めてみよう。分数計算ができる ubasic でプログラミングした。6 × 6 行列の実行例とプログラムを以下に示す。逆行列が分数を含む Lotkin 行列となる場合を扱ってみる。以下の行列がその例である。

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 630 & -6720 & 22680 & -30240 & 13860 \\ 105 & -7350 & 88200 & -317520 & 441000 & -207900 \\ -560 & 29400 & -376320 & 1411200 & -2016000 & 970200 \\ 1260 & -52920 & 705600 & -2721600 & 3969000 & -1940400 \\ -1260 & 44100 & -604800 & 2381400 & -3528000 & 1746360 \\ 462 & -13860 & 194040 & -776160 & 1164240 & -582120 \end{pmatrix}$$

¹<http://www.rkmath.rikkyo.ac.jp/kida/ubasic.htm> から実行ファイルがダウンロードすることができる。

²”ubasic”が得られる上の場所に、「一般的な応用プログラム」として提供されている。

³「数値計算法 宇野利雄著」第 2 章 参照

```

10  'SWEEP2A.UB
20  '  inverse matrix
30  '
40  data 6
50  data -6,630,-6720,22680,-30240,13860
60  data 105,-7350,88200,-317520,441000,-207900
70  data -560,29400,-376320,1411200,-2016000,970200
80  data 1260,-52920,705600,-2721600,3969000,-1940400
90  data -1260,44100,-604800,2381400,-3528000,1746360
100 data 462,-13860,194040,-776160,1164240,-582120
110 print=print+"sweep0.dat"
120 read N:N2=N*2:dim A(N,N2),P(N)
130 for I=1 to N
140   for J=1 to N
150     read A(I,J):A(I,J+N)=0
160     if I=J then A(I,J+N)=1
170     next
180   next
190   print "----- original Matrix -----"
200   for I=1 to N
210     print
220     for J=1 to N2:print A(I,J);",":next
230   next
240   '
250   DET=1
260   for K=1 to N
270     for I=1 to N:P(I)=A(I,K):next
280     DET=DET*P(K)
290     for J=1 to N2
300       A(K,J)=A(K,J)//P(K)
310     next
320     for J=1 to N2
330       K2=K
340       for KK=1 to N-1
350         K2=K2+1:if K2>N then K2=K2-N
360         A(K2,J)=A(K2,J)-A(K,J)*P(K2)
370       next
380     next
390   '
400   print
410   print "----- step (";K;) -----"
420   for I1=1 to N
430     print
440     for J1=1 to N2
450       print A(I1,J1);",";
460     next
470   next
480 next
490 print:print "Determinant =";DET
500 stop
510 end

```

上のプログラムを実行すると掃き出しの各ステップの結果が以下のように、分数の表現で与えられる。280の $A(K,J)=A(K,J)//P(K)$ において“//”を“/”の1つにすると計算は実数で行われる。右に付け加えられた6個の列は単位行列である。逆行列はこの部分に得られる。110行において指定されたファイル“sweep0.dat”に以下のように出力される。

----- original Matrix -----

-6 , 630 ,-6720 , 22680 ,-30240 , 13860 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 ,
105 ,-7350 , 88200 ,-317520 , 441000 ,-207900 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 ,
-560 , 29400 ,-376320 , 1411200 ,-201680000 , 970200 , 0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 ,
1260 ,-52920 , 705600 ,-2721600 , 3969000 ,-1940400 , 0 , 0 , 0 , 1 , 0 , 0 ,
-1260 , 44100 ,-604800 , 2381400 ,-3528000 , 1746360 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 , 0 ,
462 ,-13860 , 194040 ,-776160 , 1164240 ,-582120 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 ,

以下、分数は” 整数//整数” の形で出力されている .

----- step (1) -----

1 ,-105 , 1120 ,-3780 , 5040 ,-2310 ,-1//6 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 ,
0 , 3675 ,-29400 , 79380 ,-88200 , 34650 , 35//2 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 ,
0 ,-29400 , 250880 ,-705600 , 806400 ,-323400 ,-280//3 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 ,
0 , 79380 ,-705600 , 2041200 ,-2381400 , 970200 , 210 , 0 , 0 , 1 , 0 , 0 ,
0 ,-88200 , 806400 ,-2381400 , 2822400 ,-1164240 ,-210 , 0 , 0 , 0 , 1 , 0 ,
0 , 34650 ,-323400 , 970200 ,-1164240 , 485100 , 77 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 ,

----- step (2) -----

1 , 0 , 280 ,-1512 , 2520 ,-1320 , 1//3 , 1//35 , 0 , 0 , 0 , 0 ,
0 , 1 ,-8 , 108//5 ,-24 , 66//7 , 1//210 , 1//3675 , 0 , 0 , 0 , 0 ,
0 , 0 , 15680 ,-70560 , 100800 ,-46200 , 140//3 , 8 , 1 , 0 , 0 , 0 ,
0 , 0 ,-70560 , 326592 ,-476280 , 221760 ,-168 ,-108//5 , 0 , 1 , 0 , 0 ,
0 , 0 , 100800 ,-476280 , 705600 ,-332640 , 210 , 24 , 0 , 0 , 1 , 0 ,
0 , 0 ,-46200 , 221760 ,-332640 , 158400 ,-88 ,-66//7 , 0 , 0 , 0 , 1 ,

----- step (3) -----

1 , 0 , 0 ,-252 , 720 ,-495 ,-1//2 ,-4//35 ,-1//56 , 0 , 0 , 0 ,
0 , 1 , 0 ,-72//5 , 192//7 ,-99//7 , 1//35 , 16//3675 , 1//1960 , 0 , 0 , 0 ,
0 , 0 , 1 ,-9//2 , 45//7 ,-165//56 , 1//336 , 1//1960 , 1//15680 , 0 , 0 , 0 ,
0 , 0 , 0 , 9072 ,-22680 , 13860 , 42 , 72//5 , 9//2 , 1 , 0 , 0 ,
0 , 0 , 0 ,-22680 , 57600 ,-35640 ,-90 ,-192//7 ,-45//7 , 0 , 1 , 0 ,
0 , 0 , 0 , 13860 ,-35640 , 22275 , 99//2 , 99//7 , 165//56 , 0 , 0 , 1 ,

----- step (4) -----

1 , 0 , 0 , 0 , 90 ,-110 , 2//3 , 2//7 , 3//28 , 1//36 , 0 , 0 ,
0 , 1 , 0 , 0 ,-60//7 , 55//7 , 2//21 , 4//147 , 3//392 , 1//630 , 0 , 0 ,
0 , 0 , 1 , 0 ,-135//28 , 55//14 , 1//42 , 3//392 , 9//3920 , 1//2016 , 0 , 0 ,
0 , 0 , 0 , 1 ,-5//2 , 55//36 , 1//216 , 1//630 , 1//2016 , 1//9072 , 0 , 0 ,
0 , 0 , 0 , 0 , 900 ,-990 , 15 , 60//7 , 135//28 , 5//2 , 1 , 0 ,
0 , 0 , 0 , 0 ,-990 , 1100 ,-44//3 ,-55//7 ,-55//14 ,-55//36 , 0 , 1 ,

----- step (5) -----

1, 0, 0, 0, 0, -11, -5//6, -4//7, -3//8, -2//9, -1//10, 0,
 0, 1, 0, 0, 0, -11//7, 5//21, 16//147, 3//56, 8//315, 1//105, 0,
 0, 0, 1, 0, 0, -11//8, 5//48, 3//56, 9//320, 1//72, 3//560, 0,
 0, 0, 0, 1, 0, -11//9, 5//108, 8//315, 1//72, 4//567, 1//360, 0,
 0, 0, 0, 0, 1, -11//10, 1//60, 1//105, 3//560, 1//360, 1//900, 0,
 0, 0, 0, 0, 0, 11, 11//6, 11//7, 11//8, 11//9, 11//10, 1,

最後に付け加えられた 6 個の列に逆行列が分数の形で得られる .

----- step (6) -----

1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1//2, 1//3, 1//4, 1//5, 1//6, 1//7,
 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1//3, 1//4, 1//5, 1//6, 1//7, 1//8,
 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1//4, 1//5, 1//6, 1//7, 1//8, 1//9,
 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1//5, 1//6, 1//7, 1//8, 1//9, 1//10,
 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1//6, 1//7, 1//8, 1//9, 1//10, 1//11,

Determinant=-31052236723200000 ⁴

$n \times n$ の Lotkin 行列 A_n は次のように与えられる . この行列は数値計算プログラムの計算推移のチェックによく使用される .

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \dots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \dots & \frac{1}{n+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \dots & \frac{1}{2n-1} \end{pmatrix}$$

最初に与えたテスト行列 A は A_6^{-1} である .

⁴この行列式は「掃出し」の各段階に使われる「枢軸」 $P(K)$ を各段階 ($K=1 \sim 6$) において乗じて得られる .
 $(-6) \times 3675 \times 15680 \times 9072 \times 900 \times 11 = -31052236723200000$